

APPENDICE A

STIMA DELL'INTERVALLO DI CONFIDENZA PER IL QUESTIONARIO DI CUSTOMER SATISFACTION

Come si è detto nel corso della trattazione il campione numerico selezionato ammonta a non più di 50 unità. E' stato dunque necessario, per disporre di un margine di valutazione dei risultati ottenuti, operare una stima statistica su alcune delle domande che comportavano una valutazione numerica da parte dell'utente.

Su tre delle domande (che sono state prese a riferimento per l'intero questionario) si è supposto che i voti assegnati si distribuissero attorno al valore medio secondo una gaussiana che potesse, con basso livello di probabilità, sconfinare in valori maggiori di dieci e minori di zero (cosa che è effettivamente successa nonostante i limiti imposti).

Trattandosi di un campione si disponeva soltanto di una media campionaria \bar{x} e di una varianza campionaria S . Si è quindi stimata la media vera μ estraendo dalla popolazione un campione di numerosità n . Lo scarto standardizzato:

$$T = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

si distribuisce come una variabile aleatoria T di Student con $n-1$ gradi di libertà.

La scrittura:

$$P [\bar{x} - t_{(\alpha/2; n-1)}(S/\sqrt{n}) \leq \mu \leq \bar{x} + t_{(\alpha/2; n-1)}(S/\sqrt{n})] = 1-\alpha$$

sta ad indicare che nel $100(1-\alpha)\%$ dei campioni dell'universo dei campioni la media μ della popolazione è compresa fra gli estremi:

$$[\bar{x} - t_{\alpha/2; n-1}(S/\sqrt{n}); \bar{x} + t_{\alpha/2; n-1}(S/\sqrt{n})]$$

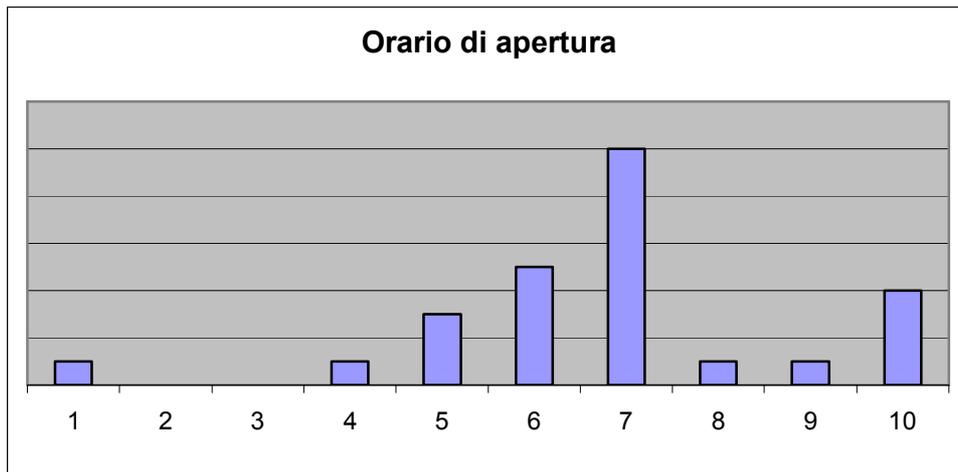
Con riferimento alla domanda 16 del questionario: "esprimi un voto da uno a dieci sull'orario di apertura degli uffici comunali" abbiamo i seguenti parametri:

$$\bar{X} = 6.81$$

$$n = 26$$

$$S = 2.02$$

In un generico istogramma le valutazioni degli utenti appaiono così distribuite:



Come si noterà il profilo della gaussiana di centro 6.8 appare abbastanza ben delineato nonostante l'esiguità numerica del campione. La gaussiana vera appare invece nel diagramma seguente:



Ricorrendo alle tavole si ricava il valore di

$$t_{0.025; 25} = 2.06$$

quindi

$$P \left[6,81 - 2,06 \cdot \frac{2,02}{\sqrt{26}} \leq \mu \leq 6,81 + 2,06 \cdot \frac{2,02}{\sqrt{26}} \right] = 0.95$$

Dunque l'intervallo di confidenza al 95% è pari a:

$$IC = [5.99; 7.63]$$

Con un margine di approssimazione di ± 0.82

----- ○ -----

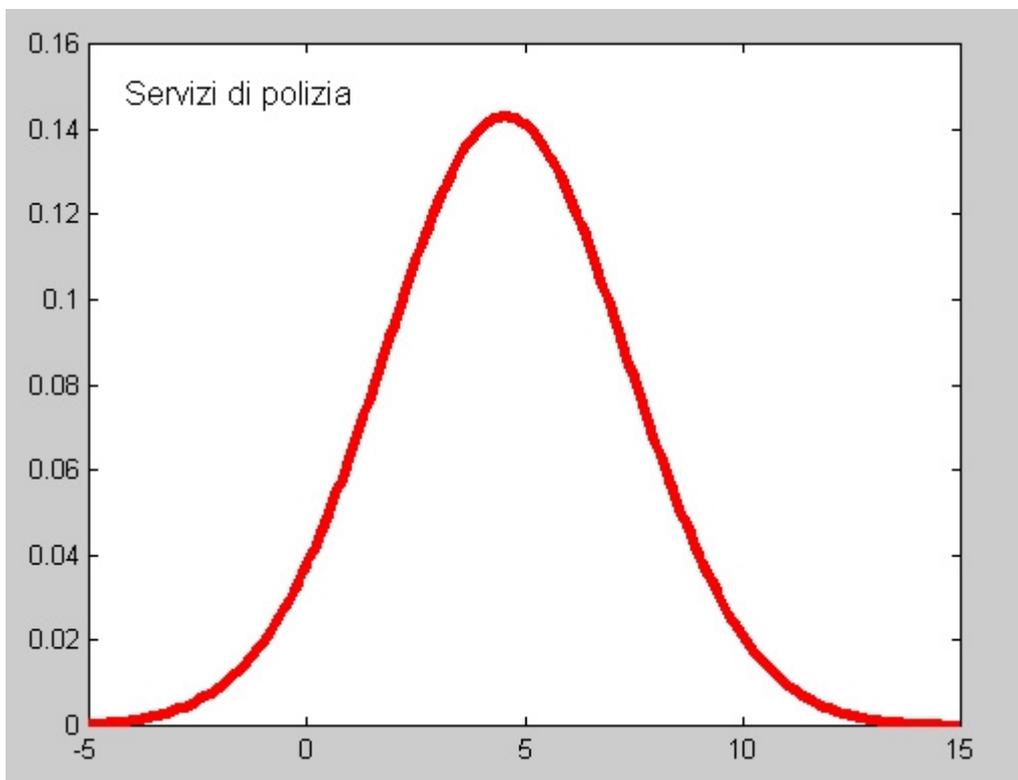
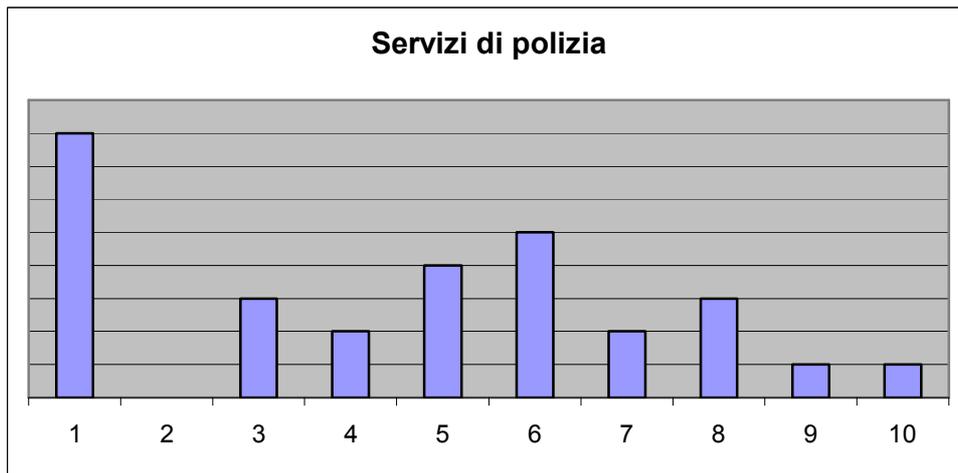
Utilizzando la stessa procedura ricerchiamo l'intervallo di confidenza al 95% per la valutazione relativa ai servizi di polizia municipale contenuta alla domanda 17. In questo caso abbiamo:

$$\bar{x} = 4.55$$

$$n = 29$$

$$S = 2.79$$

I relativi grafici, in termini rispettivamente di istogramma e di ipotetica distribuzione gaussiana, sono i seguenti:



e l'intervallo di confidenza, calcolato come sopra, risulta:

$$IC = [3.49; 5.61]$$

Con un margine di approssimazione di ± 1.06

Analoghe analisi condotte per la valutazione della raccolta dei rifiuti, collocata ancora nell'ambito della domanda 17, e per il servizio erogato dalla biblioteca comunale (domanda 22), danno, rispettivamente come risultato, i seguenti intervalli di confidenza al 95%

$$IC = [5.64; 7.02]$$

e

$$IC = [6.53; 7.98]$$

Con margini di approssimazione, rispettivamente, di

$$\pm 0.69$$

e

$$\pm 0.73$$

L'analisi, che va comunque presa con estrema cautela, sia per il campione numerico contenuto, sia per il fatto che non tutti gli utenti assegnano un voto ad ogni servizio, conferma comunque una oscillazione attorno al valore medio che non dovrebbe andare al di là di un punto. Anche ammettendo, in virtù delle limitazioni sopra esposte che tale oscillazione possa anche estendersi ad 1.5 punti, il giudizio espresso dai cittadini potrebbe ancora considerarsi relativamente attendibile dato che si tratta di valutazioni qualitative dove un punto di oscillazione non stravolge completamente la natura del giudizio stesso.

APPENDICE B

MIGLIORAMENTO DEI PROCESSI. APPLICAZIONI

Vediamo dunque, con riferimento ai processi di analisi, come alcune delle problematiche individuate, fra quelle che sono ricollocabili a livello operativo e legate in modo particolare ai tempi di risposta eccessivamente lunghi, possono essere migliorate applicando i principi del miglioramento incrementale (*Kaizen*). Si è già detto, nel corso della trattazione, che una applicazione “integrale” dei principi contenuti nella filosofia del *kaizen* richiede un livello di conoscenza dei processi fin nei minimi dettagli con aspetti che riguardano la sequenza delle operazioni, il grado di ordine della postazione di lavoro e la dislocazione delle attrezzature. L’analisi effettuata non consente di spingere la “speculazione” fino a tali livelli di dettaglio, ciò nonostante si propone questa appendice per dimostrare che anche concentrando l’attenzione su una parte degli sprechi individuati dal *kaizen* (in particolare, per quanto ci riguarda, tempi di attesa, regolazioni e controlli, movimentazioni) è possibile ottenere significativi incrementi di efficienza dei processi.

Processo primario 02. Erogare interventi e servizi per le categorie deboli

La tabella che segue viene proposta per effettuare una analisi di rendimento del processo **PPR 02** (“Erogare interventi e servizi per le categorie deboli”) il cui diagramma di flusso è riportato alla pag. 61.

Si tenga presente che la simbologia utilizzata è quella tipica dell’ingegneria dei processi e cioè ai vari simboli sono associati i significati seguenti:

	Attività a valore		Attività di trasporto
	Attività di controllo		Immagazzinamento
	Attesa		

N. Ord.	Descrizione	○	□	⇒	D	△	Costi (Euro)	Tempi (ore) min - max
1	Attesa per appuntamento				X		0	0 – 1
2	Assegnazione appuntamento	X					1,45	0,1
3	Attesa per appuntamento con operatore sociale				X		0	90 – 180
4	Verifiche preliminari sul caso e presa in carico professionale	X					96,9	6
5	Attesa elaborazione				X		0	18
6	Elaborazione proposta di intervento	X					263,7	18
7	Attese per gestione pratica e invio ad ufficio				X		0	13,5
8	Invio ad ufficio amministrativo			X			7,325	0,50
9	Attesa				X		0	48 – 62,5
10	Determina di impegno	X					87,9	6
11	Invio al responsabile d'area			X			2,49	0,17
12	Attesa				X		0	6 – 18
13	Firma del responsabile di area		X				13,5	0,5
14	Invio all'ufficio Ragioneria			X			1,65	0,1
15	Attesa di elaborazione				X		0	24 – 96
16	Impegno contabile	X					29,3	2
17	Invio ad ufficio amministrativo			X			2,49	0,16
18	Attesa				X		0	60
19	Liquidazione	X					29,3	2
20	Invio al responsabile di area			X			2,49	0,17
21	Attesa				X		0	24
22	Visto del responsabile di area		X				13,5	0,5
23	Invio all'ufficio Ragioneria			X			2,49	0,17
24	Attesa				X		0	24 – 31,25
25	Mandato di pagamento	X					29,3	2
26	Invio a tesoreria			X			2,93	0,2

Appare del tutto evidente, come buona parte delle attività siano in sostanza attività di trasporto o di controllo e come esistano altresì tempi di attesa assolutamente non trascurabili fra una attività e l'altra. Per apprezzare ancora meglio il grado (potenziale) di inefficienza del processo, si tenga presente che tutte le attività che non ricadono nella prima colonna (a valore per l'utente finale) possono contribuire ad una caduta del rendimento.

E' necessario introdurre a questo punto tre diverse misure del rendimento, vale a dire un rendimento di costo, un rendimento temporale e uno di attività. Indicheremo queste tre grandezze rispettivamente con: $\eta_c - \eta_t - \eta_a$. La prima è data dal rapporto fra la somma dei costi delle attività a valore e il costo complessivo del processo; la seconda, analogamente, dal rapporto fra la somma dei tempi necessari per l'espletamento delle attività a valore e la somma totale dei tempi stessi, mentre la terza è data ancora dal rapporto fra il numero delle attività a valore e il numero totale delle attività di processo. Le ultime due colonne riportano i dati necessari per il calcolo: il costo, stimato sulla base della retribuzione oraria dell'operatore comprensivo degli oneri riflessi,³⁸ e il tempo necessario allo svolgimento dell'attività dato in termini di minimo e di massimo. Questo ci porterà a definire un η_{t-max} e un η_{t-min} . Per non appesantire troppo la trattazione non riporteremo i calcoli per esteso ma soltanto i risultati finali.

Per il processo in questione abbiamo dunque:

$$\begin{aligned}\eta_c &= 0.91 \\ \eta_{t-max} &= 0.10; \eta_{t-min} = 0.077 \\ \eta_a &= 0.27\end{aligned}$$

Il rendimento del processo in termini di costo non può essere definito negativo dal momento che solo il 9% delle risorse viene sprecato; tuttavia, se consideriamo il complesso delle attività e soprattutto le lunghe attese presenti fra l'una e l'altra ci rendiamo conto della motivazione per cui si ha un rapido abbattimento dell'efficienza soprattutto in termini di rendimento temporale. Questo dà evidentemente ragione anche del fatto che, come si è avuto modo di sottolineare precedentemente, uno dei problemi più acuti riscontrati da parte degli operatori sia legato al tempo di attraversamento eccessivamente lungo. Come ottenere dunque un incremento dell'efficacia che sia quanto meno apprezzabile? Ovvero, per dirla in gergo tecnico, come puntare ad una maggiore tensione del flusso? La nostra attenzione si è concentrata sulla seconda parte del processo (dall'attività 8 in avanti) dal momento che la prima, per vedere incrementato il proprio livello di rendimento, avrebbe

³⁸ Per oneri riflessi si intendono le quote che eccedono lo stipendio stesso del dipendente e che sono destinate agli enti previdenziali e al fisco.

bisogno di interventi strutturali (maggiori unità di personale) che non ricadono nell'ambito di "manovra" del *kaizen*. Per migliorare il processo abbiamo invece implementato una serie di interventi che agiscono direttamente su quel complesso di attività comprese fra la 10 e la 22 che "costringono" la pratica a compiere innumerevoli spostamenti fra vari uffici per essere soggetta a controlli e procedure autorizzatorie. Nel dettaglio: alla determina con cui l'ufficio amministrativo del servizio sociale impegna le risorse necessarie segue la firma del responsabile di area che coincide, di fatto, con una azione di controllo. Successivamente la pratica viene inviata all'ufficio ragioneria dove riceve un visto di legittimità contabile per tornare nuovamente all'ufficio amministrativo in cui si effettua la liquidazione del contributo economico che, a sua volta, deve essere nuovamente legittimata dal responsabile di area. Come ultimo passaggio la pratica viene inviata ancora una volta alla ragioneria dove si formula il mandato di pagamento. Il miglioramento si fonda sull'ipotesi che l'operatore (amministrativo) del servizio sociale, attraverso un atto organizzativo disposto dall'amministrazione comunale, riceva una delega piena (*empowerment*) ad operare autonomamente, *by-passando* tutti i controlli del responsabile di area e acquisendo anche la possibilità di prescindere dall'impegno contabile da sostituirsi con la verifica (fatta dallo stesso operatore) della disponibilità finanziaria al capitolo di bilancio relativo agli interventi sul servizio sociale. Di fatto la pratica evita il doppio controllo del responsabile e viene inviata alla ragioneria solo al momento della formulazione del mandato di pagamento. Il responsabile del servizio, d'altro canto, viene avvisato solo al momento della chiusura del procedimento. Questi pochi accorgimenti consentono di eliminare molte attività a non valore contribuendo all'incremento dell'efficienza di processo.

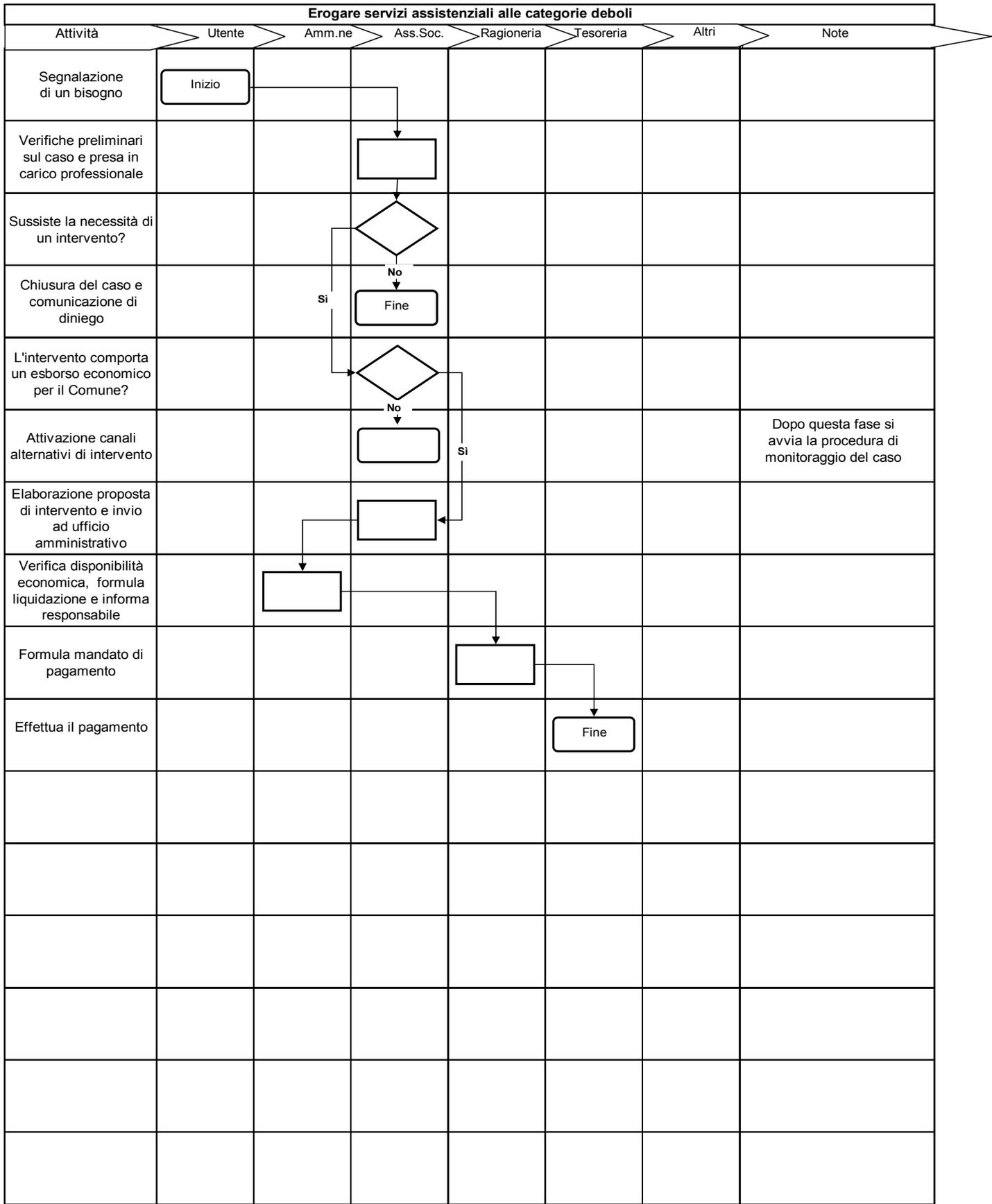
Nella pagina successiva si riporta il nuovo diagramma di flusso e, di seguito, la tabella per il calcolo dell'efficienza di processo da cui risultano i rendimenti sotto riportati:

$$\eta_c = 0.98$$

$$\eta_{t - \max} = 0.16; \eta_{t - \min} = 0.10$$

$$\eta_a = 0.35$$

Gli incrementi delle efficienze denotano un miglioramento apprezzabile anche se, come appare palese dai valori numerici, ulteriori azioni di miglioramento dovranno essere ancora perseguite nell'ambito di un percorso virtuoso e continuativo.



Processo primario 13. Erogare servizi di SUAP

Un esame del tutto analogo può essere effettuato con riferimento al processo **PPR 13** (“Gestire servizi di SUAP”, il cui diagramma di flusso si trova alla pagina 73) dove, analogamente a quanto accade per il servizio sociale, si registrano tempi di risposta eccessivamente lunghi. Anche in questo caso le tecniche del *kaizen* possono costituire una risposta adeguata. Ecco, nel seguito, la tabella per l’analisi del rendimento:

N. Ord.	Descrizione	○	□	⇒	D	△	Costi (Euro)	Tempi (ore)
1	Iscrizione a protocollo	X					1,2	0,1
2	La pratica rimane in attesa di elaborazione				X		0	1 – 3
3	Invio a responsabile area 1			X			0,24	0,02
4	La pratica rimane in attesa di elaborazione				X		0	0,05 – 3
5	Controllo del responsabile area 1	X					0,54	0,02
6	La pratica rimane in attesa di elaborazione				X		0	0,1 – 1
7	Reinvio pratica a protocollo per smistamento			X			0,24	0,02
8	La pratica rimane in attesa di invio a area 4				X		0	0,1 – 3
9	Invio pratica a responsabile area 4			X			0,24	0,02
10	La pratica rimane in attesa di elaborazione				X		0	1 – 240
11	Presenza visione del responsabile		X				13,5 – 81	0,5 – 3
12	La pratica rimane in attesa di invio a SUAP				X		0	0,1 – 6
13	Invio pratica a SUAP			X			0,24	0,02
14	Controllo formale della documentazione		X				14,65	1
15	Istruzione della pratica	X					87,9	6
16	Invio della pratica ad enti terzi			X			1,46	0,1
17	Controllo della pratica al rientro		X				14,65	1
18	Formulazione atto finale	X					87,9	6
19	Formulazione risposta per utente	X					29,3	2
20	Invio risposta ed atto finale			X			1,46	0,1
21	Archiviazione della pratica					X	14,65	1

I dati contenuti in tabella ci danno la possibilità di calcolare i relativi parametri di rendimento:

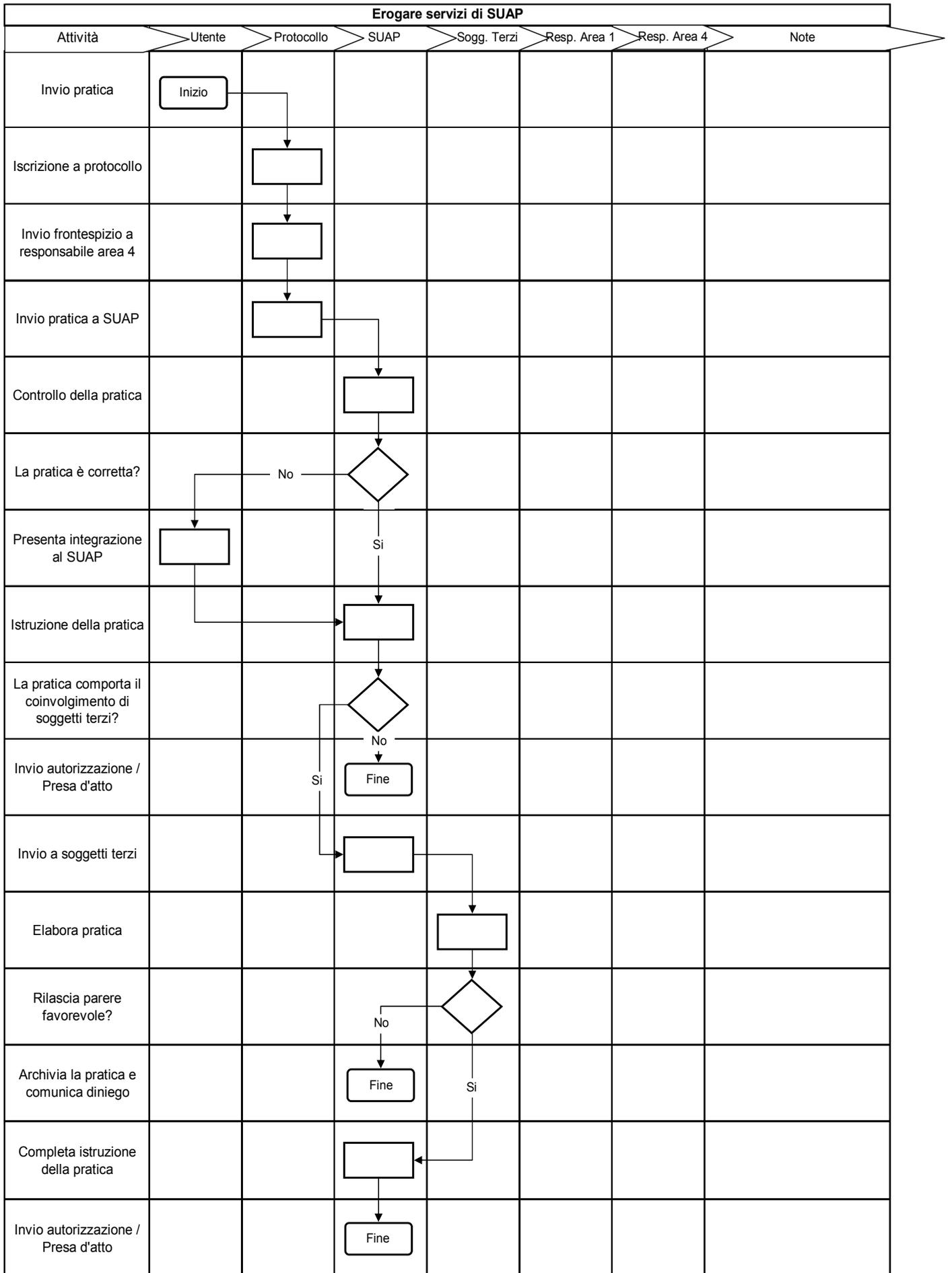
$$\eta_c = 0.62$$

$$\eta_{t - \max} = 0.7; \eta_{t - \min} = 0.05$$

$$\eta_a = 0.24$$

Come si noterà in questo caso abbiamo un rendimento, in termini di costi, che è molto più basso rispetto al caso precedente: un buon 38% delle risorse economiche impiegate per la gestione del processo sono (potenzialmente) sprecate. L'analisi del rendimento temporale sottolinea inoltre una situazione in parte anomala. Si vede infatti che il livello di rendimento è compreso entro un *range* che sta fra il 70% e il 5%. Ciò dà ancora una volta ragione del fatto che la percezione degli operatori sia quella di un processo estremamente lento e macchinoso. La lentezza è in gran parte imputabile al tempo di attesa, che può essere breve ma anche estremamente lungo, che precede il controllo effettuato dal responsabile di area sulla pratica SUAP. Per questo motivo si è ipotizzato di rimuovere completamente il momento del controllo e limitandosi semplicemente ad informare (formalmente) il responsabile di area della ricezione della pratica che, così facendo, inizia immediatamente il proprio iter procedurale. Si è anche rimosso il momento della presa di visione da parte del responsabile della prima area che è sostanzialmente finalizzata allo smistamento della posta. Inoltre, come ultimo intervento, si è ipotizzato che, in caso la pratica non sia completa e necessiti di integrazioni da parte dell'utente, la riconsegna da parte di quest'ultimo avvenga direttamente al SUAP e non, come avviene attualmente, all'ufficio protocollo determinando con ciò la necessità di ripercorrere tutte le attività dall'inizio.

Si riportano di seguito il diagramma di flusso riprogettato e la nuova tavola per il calcolo dei rendimenti.



N. Ord.	Descrizione	○	□	⇒	D	△	Costi (Euro)	Tempi (ore)
1	Iscrizione a protocollo	X					1,2	0,1
2	La pratica rimane in attesa di elaborazione				X		0	1 – 3
3	Invio pratica a SUAP			X			0,24	0,02
4	Controllo della documentazione		X				14,65	1
5	Istruzione della pratica	X					87,9	6
6	Invio della pratica ad enti terzi			X			1,46	0,1
7	Controllo della pratica al rientro		X				14,65	1
8	Formulazione atto finale	X					87,9	6
9	Formulazione risposta per utente	X					29,3	2
10	Invio risposta ed atto finale			X			1,46	0,1
11	Archiviazione della pratica					X	14,65	1

I rendimenti, ricalcolati alla luce delle modifiche, saranno dunque:

$$\eta_c = 0.81$$

$$\eta_{t - \max} = 0.77; \eta_{t - \min} = 0.69$$

$$\eta_a = 0.36$$

con un netto incremento di tutti gli indici.

Processo primario 31. Gestire i rapporti con i cittadini

Con riferimento al processo di gestione dei rapporti con i cittadini (**PPR 31**) è stata evidenziata, fra le problematiche maggiormente degne di nota, una scarsa attenzione ai problemi della cittadinanza che si accompagna ad una eccessiva autoreferenzialità del servizio. Come caso esemplificativo si è

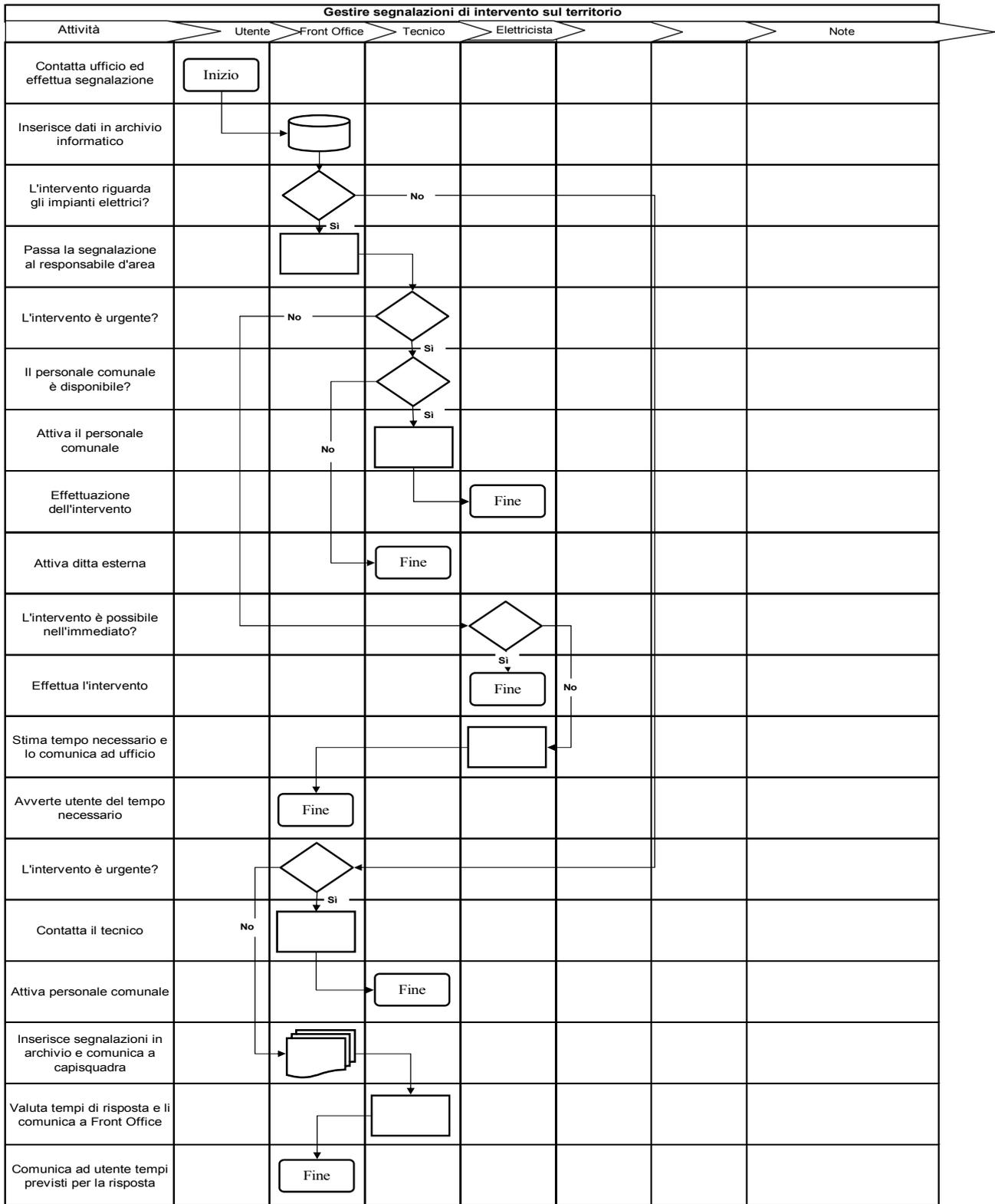
scelto il sottoprocesso per la gestione delle segnalazioni di intervento sul territorio il cui diagramma di flusso è stato precedentemente rappresentato. Per segnalazioni di intervento si intendono tutte le necessità che vengono rappresentate al Comune e che attengono a vari settori di attività: dalla raccolta dei rifiuti, agli interventi manutentivi fino alla gestione degli impianti elettrici. Come nel caso degli altri processi, una delle difficoltà più evidenti è quella di dare risposte in tempi adeguati. Fatta eccezione per il caso in cui gli interventi segnalati abbiano il carattere della pericolosità, nelle altre situazioni accade che le segnalazioni stesse confluiscono in una sorta di archivio cartaceo dove giacciono spesso per mesi o anche anni. La struttura tecnica rileva che la mole delle necessità che vengono segnalate è di gran lunga superiore rispetto alla reale capacità di intervento della struttura. Effettivamente la dotazione organica dell'ufficio tecnico, che è il destinatario principale delle varie segnalazioni, è andata riducendosi negli ultimi anni producendo una netta contrazione nella capacità di rispondere adeguatamente alle necessità dei cittadini. La finalità del presente studio, anche nel rispetto dell'attuale *Know How* dell'organizzazione, è quella di introdurre nel processo piccoli miglioramenti senza pensare per il momento ad azioni radicali di *reengineering*³⁹. Assumeremo dunque come fondati (e sicuramente lo sono) i rilievi circa l'impossibilità di intervenire su tutte le segnalazioni. Ciò nondimeno, osservando il flusso delle attività e tenendo presenti sia la logica ISO sia i principi di buona gestione precedentemente enunciati, è possibile individuare almeno due lacune:

1. Il processo non si richiude sul cliente. La logica contenuta all'interno della 9001 ci porta ad affermare che il cliente deve essere il punto di partenza di un qualunque processo (e nel caso specifico lo è); ma deve essere anche il punto di arrivo; nel processo che stiamo analizzando buona parte delle segnalazioni rimangono invece completamente inevase senza che ci si preoccupi di darne adeguata comunicazione al cittadino. Questo genera una logica di autoreferenzialità che non può che nuocere all'immagine del Comune. Occorrerà quindi immaginare una sequenza di attività che, anche nei casi in cui si consideri difficile o addirittura impossibile intervenire, metta l'organizzazione nella condizione di poter interloquire adeguatamente con il cittadino.
2. Il personale operante sulla linea non è informato. Le segnalazioni cui viene assegnato un ordine di priorità basso confluiscono, come si è detto, in un archivio da cui fuoriescono solo nel caso in cui il tecnico rilevi la possibilità di un intervento in tempi ragionevolmente contenuti. Si ritiene opportuno che anche il personale operativo venga opportunamente informato della necessità di tali interventi. In molti casi si tratta infatti di semplici attività

³⁹ Si pensi alle modificazioni e ai miglioramenti potenziali raggiungibili dotandosi ad esempio di un sistema wireless in grado di condividere istantaneamente le necessità di intervento fra tutte le persone potenzialmente coinvolte nel processo.

che possono richiedere un impegno relativamente contenuto e che, pertanto, possono essere “incastrati” nelle normali attività quotidiane del personale che opera sul territorio. Si stima che, così facendo, una parte delle segnalazioni inevase potrebbero trovare soluzione per iniziativa dello stesso personale operativo. Pensando al concetto di *empowerment* si raccomanda pertanto un maggior coinvolgimento della linea (capisquadra) attraverso un adeguato sistema di comunicazione.

Il diagramma che segue riporta il flusso delle attività del processo così come risulta dopo l'applicazione delle modifica suggerite.



APPENDICE C

Applicazione degli strumenti avanzati

L'uso avanzato degli strumenti della probabilità e soprattutto della ricerca operativa richiede conoscenze specifiche nel settore delle discipline matematiche che non sempre sono reperibili nell'ambito dei piccoli e medi Comuni. Questo non significa che, in tali ambiti, si debba rinunciare in modo aprioristico al loro uso e ai vantaggi "competitivi" che possono derivarne.

I fenomeni aleatori che "governano" i servizi comunali sono indubbiamente molti e una loro conoscenza in termini analitici (calcolo delle probabilità e statistica) può certamente aiutare nell'assumere decisioni oculate. Si pensi ad esempio alla cadenza con cui si succedono i guasti che interessano gli impianti o gli automezzi del parco macchine, ai flussi di utenti che affluiscono agli sportelli, ai fenomeni casuali (eventi meteorici o altro) che possono richiedere l'intervento di personale, per avere la conferma di quanto particolari ambiti della statistica (teoria delle code, strumenti di simulazione, studio delle variabili aleatorie) possano risultare di aiuto. Per quanto concerne la ricerca operativa, le applicazioni sono forse meno immediate ma non per questo scarsamente importanti. La ricerca dell'ottimo in termini rigorosamente matematici può rappresentare un obiettivo centrale in alcuni ambiti della gestione comunale. L'organizzazione e lo sfruttamento degli spazi è sicuramente uno di questi, ma si pensi anche alla copertura di particolari turni di lavoro oppure alla localizzazione di presidi da utilizzare come basi logistiche per l'erogazione dei servizi al territorio (protezione civile, raccolta rifiuti ecc.)

Come esempio si sono presi due casi: il primo è relativo all'ottimizzazione nell'uso degli spazi nella biblioteca comunale, il secondo è invece riferito alla copertura dei turni di lavoro per fronteggiare le situazioni di emergenza.

Biblioteca comunale. Ottimizzare l'uso degli spazi.

Abbiamo visto che il problema considerato più grave fra quelli legati ai processi di gestione delle attività culturali è quello relativo alla scarsa disponibilità di spazio all'interno della biblioteca comunale. La cosa costringe ad un frequente aggiornamento degli scaffali come all'uso di magazzini dove i volumi che non trovano posto in biblioteca vengono provvisoriamente stoccati. E' evidente che la soluzione migliore sarebbe quella di investire risorse nell'ampliamento. Anche gli strumenti della ricerca operativa possono tuttavia costituire un valido ausilio nella situazione attuale. Un uso oculato di tali strumenti può consentire un risparmio di risorse (spazi), che pur non essendo pienamente risolutivo può certamente conferire maggiore respiro a tutto il sistema librario. Vediamo come è possibile modellare il problema.

L'approccio più diretto, ma forse anche meno raffinato, sarebbe quello di individuare quali libri sistemare sullo scaffale per massimizzare l'uso dello spazio, fermo restando che una parte dei

volumi non troverà posto in biblioteca. Per quanto ci riguarda si è invece ipotizzato di assegnare ad ogni volume un valore bibliotecario (compreso fra 1 e 5) che potrebbe scaturire da vari parametri come ad esempio lo stato di conservazione, il prezzo, la provenienza, l'argomento trattato ecc... Con questo meccanismo la situazione è modellabile come un classico problema di caricamento.

FORMULAZIONE DEL PROBLEMA

Sistemare su uno scaffale di larghezza 35 cm una quantità di volumi, fra quelli indicati, che massimizzi il valore bibliotecario dello scaffale. La tabella che segue riporta, per ogni volume, il valore bibliotecario e la larghezza della costola.

Libro	Valore bibliotecario	Larghezza della costola (in cm)
Volume 1	1	3
Volume 2	5	8
Volume 3	3	4
Volume 4	5	1
Volume 5	2	7
Volume 6	1	3
Volume 7	1	5
Volume 8	4	2
Volume 9	4	6
Volume 10	3	5

SOLUZIONE

Il modello matematico che descrive la situazione è il seguente:

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 2x_5 + x_6 + x_7 + 4x_8 + 4x_9 + 3x_{10} \\ & 3x_1 + 8x_2 + 4x_3 + x_4 + 7x_5 + 3x_6 + 5x_7 + 2x_8 + 6x_9 + 5x_{10} \leq 35 \\ & x_i \in \{0, 1\} \quad \forall i = 1, \dots, 10 \end{aligned}$$

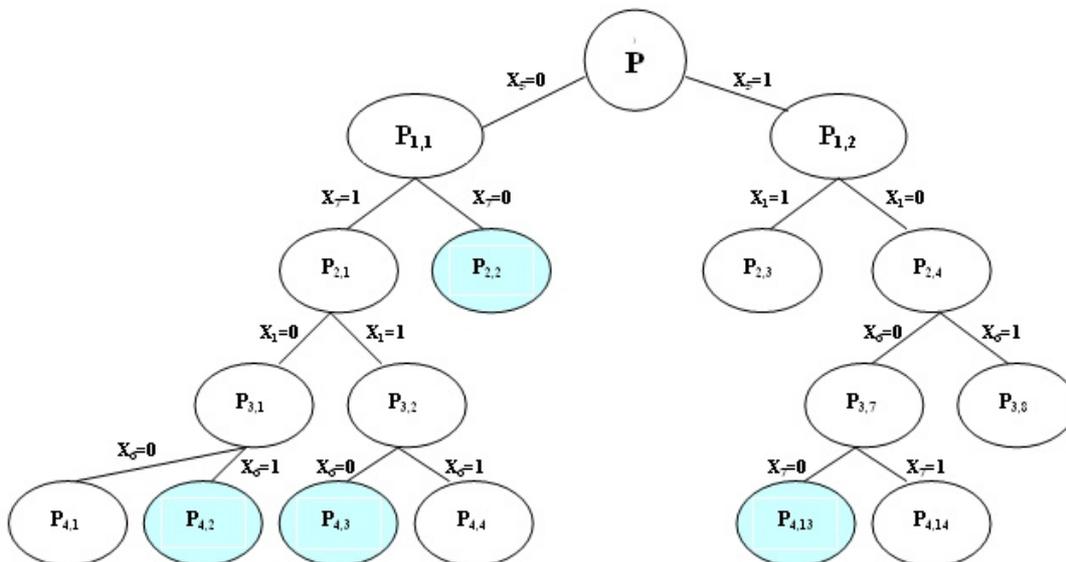
Come si può notare $X = (1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1)$ è una soluzione accettabile e il valore corrispondente della funzione obiettivo può essere utilizzato come stima inferiore. Dunque si ha:

$$V_1(P) = 24$$

Operando poi il rilassamento continuo⁴⁰ del problema nell'intervallo $[0, +\infty]$ si ottiene, come soluzione ottima, $X = (0,0,0,35,0,0,0,0,0)$. Tale vettore fornisce la stima superiore della funzione obiettivo. Cioè:

$$V_S(P) = 175$$

Applicando un ulteriore rilassamento continuo con $0 \leq x \leq 1$ si ottiene come soluzione ottima il nuovo vettore $X = (1,1,1,1,0.4286,1,0,1,1)$. Essendo frazionaria solo la quinta componente possiamo, da questo punto in poi, utilizzare la tecnica del *Branch and Bound* fissando la variabile 5 per iniziare l'esplorazione dell'albero.



Rilassando $P_{1,1}$ otteniamo la soluzione ottima $(1,1,1,1,0,1,3/5,1,1)$ di valore 26.6 per cui non possiamo tagliare il sottoalbero di radice $P_{1,1}$. Da questo nodo fissiamo la variabile X_7 che è l'unica non intera del vettore indicato.

L'ottimo del rilassamento $P_{1,2}$ è $(1/3,1,1,1,1,1/3,0,1,1)$ che fissa la funzione obiettivo al valore 26.6. Dunque anche questa parte dell'albero non può essere tagliata. A catena, occorrerà dunque fissare le variabili X_1 e X_6 verificando tutte le possibili combinazioni.

Per non appesantire troppo la trattazione non si riportano tutti i passaggi della risoluzione del problema. Nell'albero in figura abbiamo tagliato i rami che, a fronte del percorso di risoluzione (che è risultato piuttosto lungo e laborioso), non conducono a valori ottimi. Le quattro foglie "ottime" sono invece state evidenziate in azzurro. Le corrispondenti soluzioni, di valore 26, sono le seguenti:

⁴⁰ I vari rilassamenti del problema sono stati ottenuti utilizzando la finestra di *optimization toolbox* del Matlab.

$$\begin{aligned}
X_1 &= \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} &
X_2 &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} &
X_3 &= \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} &
X_4 &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Le quattro soluzioni che, come si è visto, garantiscono lo stesso valore bibliotecario si differenziano invece per lo spazio occupato. Quindi:

- ⌚ La soluzione X_1 occupa 32 centimetri di spazio;
- ⌚ La soluzione X_2 occupa 34 centimetri di spazio;
- ⌚ La soluzione X_3 occupa 34 centimetri di spazio;
- ⌚ La soluzione X_4 occupa 33 centimetri di spazio.

Fra le quattro alternative potrebbe prevalere, ad esempio, quella che minimizza l'uso dello spazio e cioè il vettore X_1 .

Va detto per completezza che i problemi come quello appena affrontato, di programmazione lineare a numeri interi, possono presentare una complessità computazionale notevole che aumenta, come ovvio, con l'incremento del numero delle variabili.

Dal momento che un modello serio da utilizzarsi in ambito bibliotecario dovrebbe comportare un numero di variabili molto alto, un suo eventuale utilizzo, a meno di non disporre di un software specifico, dovrebbe essere valutato attentamente in termini di rapporto costi/benefici.

Copertura dei turni di lavoro a chiamata e in reperibilità.

E' questa una situazione in cui alcune semplici valutazioni di natura probabilistica possono aiutare nel reperimento di una soluzione economica e razionale. Il problema è quello di garantire il servizio in particolari situazioni di emergenza e comunque al di fuori del normale orario di lavoro. Si pensi ad esempio alla necessità di intervenire nella riparazione di guasti che interessino il sistema della pubblica illuminazione; si pensi alle particolari situazioni di pericolo che possono presentarsi sul territorio o al servizio di spalatura neve e spargimento sale che va garantito nel caso di condizioni meteoriche avverse. Si tratta di situazioni non prevedibili in cui l'organizzazione ha bisogno di garantirsi la disponibilità di una squadra di almeno due operai. Per fare ciò il Comune può agire in due modi diversi:

- Pagare la reperibilità, che è dovuta anche nei casi di non chiamata, ai dipendenti disponibili (in tal caso il lavoratore è obbligato ad intervenire) con un costo giornaliero per l'organizzazione che ammonta a 14.49 € nei giorni feriali e a 41.32 € nei festivi.
- Pagare la chiamata, che è dovuta solo in caso di effettivo intervento, ai dipendenti che garantiscano la prestazione lavorativa. In questo caso il costo ammonta a 25 € nei giorni feriali e a 45 € nei festivi.

In entrambe le situazioni ai dipendenti che intervengono spetta, in più, la normale retribuzione contrattuale per il tempo effettivo prestato.

FORMULAZIONE DEL PROBLEMA

Considerando i costi di reperibilità e quelli di chiamata si determini la soluzione che, garantendo la copertura di tutti i giorni dell'anno con almeno due operai, minimizza la spesa per l'amministrazione comunale. I dati storici evidenziano, quanto a frequenza degli interventi, che l'arco annuale intero può essere ripartito in tre quadrimestri. E cioè: nei mesi di marzo, aprile, maggio e giugno si è registrato un numero di chiamate/mese pari a 6; nei mesi di settembre, ottobre, novembre e dicembre 9, mentre in gennaio, febbraio, luglio e agosto l'incidenza è salita a 15 chiamate/mese⁴¹.

SOLUZIONE

Consideriamo un mese pari a quattro settimane (28 gg) e immaginiamo che in ognuno dei 28 giorni considerati possano verificarsi due eventi: essere chiamati o non essere chiamati per un intervento

⁴¹ I dati relativi all'incidenza delle chiamate non sono stati raccolti in modo sistematico quindi i valori indicati scaturiscono sostanzialmente da una valutazione basata sulla logica del buon senso.

in emergenza. Fatta questa premessa possiamo considerare il “Sistema Comune” come una macchina soggetta ad un tasso di guasto pari al numero di interventi registrati nel periodo di riferimento. Indichiamo con λ /mese tale incidenza mensile degli interventi (in giorni). Chiameremo tale variabile **tasso di intervento**, mentre $1/\lambda$ sarà il **tempo medio di intervento** in mesi. Possiamo dunque affermare che l’intervallo temporale indicato di 28 gg individua lo **spazio campione** che indicheremo con Ω . La probabilità di intervento nel quadrimestre X (su base mensile) sarà quindi pari λ/Ω . Ragionando in questi termini abbiamo tutti gli elementi per modellare statisticamente la situazione attraverso una distribuzione binomiale in cui i due stati della distribuzione stessa corrisponderanno alle due condizioni citate di guasto sì – guasto no. Cioè:

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}$$

dove n nel caso specifico coincide con lo spazio campione Ω , $p = \lambda/\Omega$ e x equivale al numero di chiamate di cui si vuole verificare la probabilità nel mese.

Dalla binomiale possiamo ricavare una serie di informazioni preziose per il dimensionamento dei servizi di emergenza traendo dal modello conoscenze significative sul livello di probabilità legato ai diversi tassi di intervento. Ma le informazioni più importanti possono essere ricavate dalla media e soprattutto della varianza della distribuzione. La media è pari ad $np = \lambda$ mentre la varianza è pari a

$$np(1-p) = \frac{\lambda}{\Omega} (\Omega - \lambda)$$

Quest’ultimo valore, che ricordiamo è un valore quadratico, ci dà una informazione attendibile sul grado di oscillazione della variabile aleatoria X attorno al suo valore medio. Vediamo come è possibile utilizzarlo con riferimento al periodo di maggiore incidenza dei “guasti”.

Come risulta dalla formulazione del problema durante i mesi di gennaio, febbraio, luglio e agosto la media degli interventi $np = \lambda = 15$ mentre la varianza $np(1-p) \approx 6.96$. Dal valore della varianza deduciamo che la v.a. è soggetta ad un tasso di oscillazione pari a circa 2.5. A conferma di ciò possiamo calcolare la distribuzione di probabilità di massa per valori della v.a. compresi fra 13 e 18:

$$P(13 \leq x \leq 18) = \sum_{i=13}^{18} \binom{28}{i} (0,54)^i (0,46)^{28-i} = 0,74$$

quindi nel 74% dei casi il numero di interventi sarà compreso fra 13 e 18. La probabilità di avere

tassi di intervento mensili diversi da quelli indicati decresce molto rapidamente come è mostrato nella mappa delle distribuzioni di probabilità in figura 19.

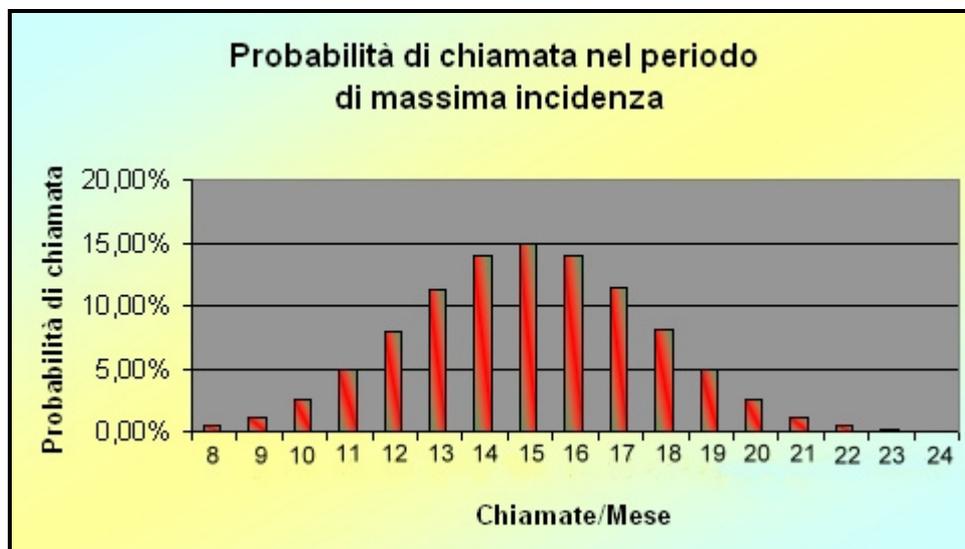


Fig. 19. Mappa delle distribuzioni di probabilità

In termini di fisiologico incremento del tasso di intervento l'oscillazione descritta pesa per 9.5 punti percentuali circa.

Il costo mensile di una persona in reperibilità ammonta a 537 € mentre nel caso (ipotetico) si dovesse garantire la copertura di tutti i 28 giorni con il meccanismo della chiamata si avrebbe un costo pari a 780 € a persona. Va detto che il secondo dei due costi rappresenta una grandezza puramente ipotetica che può essere riportata ad una stima più realistica se viene moltiplicata per la relativa probabilità di accadimento. Relativamente a tale costo è dunque utile riassumere i vari parametri relativi ai quattro periodi di riferimento con l'uso della tabella seguente. Si tenga presente che le varie probabilità di intervento sono state sovrastimate per un valore pari al 20% (anziché il 10 come suggerito dal modello probabilistico) con la finalità di garantire un margine di sicurezza massimo possibile. Inoltre i relativi valori di costo sono stati stimati su base settimanale.

Parametri	Quadrimestre		
	marzo – aprile – maggio - giugno	gennaio – febbraio – luglio - agosto	settembre – ottobre – novembre - dicembre
Tasso di intervento λ/mese	6	15	9
Tempo medio di intervento in mesi $1/\lambda$	0.167	0.067	0.112
Probabilità di intervento λ/Ω	21.43%	53.57%	32.14%
Sovrastima della probabilità $\lambda/\Omega + 0.2$	41.53%	73.57%	52.14%
Costo atteso settimanale $(\lambda/\Omega + 0.2)*195$	81	144	102

E' possibile a questo punto modellare il problema di ricerca operativa in termini matematici. La formulazione, con gli elementi disponibili, appare talmente semplice da rendere addirittura superfluo l'uso della modellistica. Per completezza si riporta comunque il problema relativo, debitamente formalizzato, da cui risulta la soluzione ottima.

$$\min 135x_1 + 135x_2 + 81x_3 + 81x_4 + 135x_5 + 135x_6 + 144x_7 + 144x_8 + 135x_9 + 135x_{10} + 102x_{11} + 102x_{12}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2$$

$$x_5 + x_6 + x_7 + x_8 = 2$$

$$x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} = 2$$

$$x_i \in \{0, 1\}^{12} \quad \forall i = 1, \dots, 12$$

La forma matriciale del problema rende ancora più evidente la soluzione:

$$\min. (135 \ 135 \ 81 \ 81 \ 135 \ 135 \ 144 \ 144 \ 135 \ 135 \ 102 \ 102) \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7 \\ X_8 \\ X_9 \\ X_{10} \\ X_{11} \\ X_{12} \end{pmatrix}$$

soggetta a:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7 \\ X_8 \\ X_9 \\ X_{10} \\ X_{11} \\ X_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

e con

$$X_i \in \{0, 1\}^{12} \quad \forall i = 1, \dots, 12$$

Come ovvio la soluzione ottima del problema è:

$$X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Vale a dire che la soluzione più conveniente è quella di coprire i turni con personale su chiamata nei

mesi di marzo, aprile, maggio, giugno e settembre, ottobre, novembre, dicembre mentre è utile ricorrere al meccanismo della reperibilità nei mesi di gennaio, febbraio, luglio e agosto. In tale situazione il costo settimanale atteso (su base annua) sarebbe pari a 212 €.

Fatte le valutazioni probabilistiche preliminari, si torna a ribadire, l'uso degli strumenti di ricerca operativa appare addirittura superfluo, dal momento che alla soluzione si arriva anche utilizzando la logica del buon senso. Esistono però situazioni, che peraltro si presentano molto di frequente, in cui la ricerca del vettore ottimo non è altrettanto scontata. Si pensi ad esempio, come variante del caso, che le organizzazioni sindacali non accettino una soluzione di uso del personale basata in parte sulla formula della reperibilità, in parte su quella della chiamata e che ottengano, a livello di contrattazione decentrata, che si opti per una sola delle due soluzioni; in altre parole o l'una o l'altra. In questa situazione, che impone ovviamente una maggiore rigidità ed un costo certamente superiore, il problema potrebbe essere modellato come segue:

$$\min. 135X_1 + 135 X_2 + 81 X_3 + 81 X_4 + 144 X_5 + 144 X_6 + 135 X_9 + 135 X_{10} + 102 X_7 + 102 X_8$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 2$$

$$X_1 + X_2 + X_5 + X_6 = 2$$

$$X_1 + X_2 + X_7 + X_8 = 2$$

$$X_i \in \{0, 1\}^8 \quad \forall i = 1, \dots, 8$$

La soluzione ottima, ottenuta con il box degli strumenti di ottimizzazione del Matlab è pari a:

$$X = (1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$$

Quindi la "risposta" migliore, con un costo settimanale (su base annua) di 270 €, è quella di coprire tutti i turni facendo ricorso al meccanismo della reperibilità. E' interessante (e confortante rispetto alla richiesta delle organizzazioni sindacali) il fatto che il modello escluda il ricorso a qualunque soluzione mista (reperibilità-chiamata) che avrebbe anche potuto risultare dal momento che la formulazione del problema non limita il modello matematico in questo senso.